

# MP34 – PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT

30 avril 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

## Commentaires du jury

- **2014-2017** : Des transports autres que diffusifs peuvent faire l'objet de ce montage. Lors de la mesure du coefficient de diffusion du glycérol, par la déviation d'une nappe laser, les candidats doivent être à même d'expliquer précisément la nature de l'image observée sur l'écran et son origine physique.
- **2010-2013** : Le choix des expériences doit veiller à souligner l'aspect transport.
- **2012** : Ce montage est ouvert à de nombreux domaines, pouvant donner lieu à des études comparées ; on pensera à exploiter les régimes transitoires et les régimes permanents.
- **2009** : La mesure de la conductivité thermique d'un métal par sa réponse en température à une excitation alternative a posé problème à de nombreux candidats par suite de l'analyse des mesures à l'aide d'une loi non valide avec les conditions aux limites concernées. Le régime permanent implicitement mis en jeu doit être précisé, de même que son temps d'établissement.
- **2000** : Connaître a priori l'ordre de grandeur de quelques coefficients de diffusion est indispensable. Les dispositifs dédiés permettant d'étudier l'effet Hall sur des échantillons sélectionnés semblent poser, malgré leur simplicité, de gros problèmes d'utilisation.

## Bibliographie

↗ BUP 827	→ Rayonnement
↗ <i>Physique expérimentale</i> , FLTCLD	→ Convection et viscosimètre
↗ BUP 819	→ Diffusion du glycérol
↗ Calecki	→ Calculs du glycérol
↗ Quaranta tome 2	→ Glycérol (p466)

## Expériences



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Transport par convection</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Transport par diffusion</b>	<b>3</b>
2.1	Diffusion de particules . . . . .	3
2.2	Diffusion de quantité de mouvement (tiré par les cheveux) . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Transport par conduction</b>	<b>6</b>
3.1	Conduction électrique . . . . .	6
3.2	Conduction thermique . . . . .	7
3.2.1	Intro qualitative et théorie . . . . .	7
3.2.2	Détermination de la conductivité thermique du cuivre . . . . .	8
3.3	Loi de Wiedemann-Franz . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Transport d'énergie par rayonnement</b>	<b>9</b>
4.1	Loi de Stefan . . . . .	9
4.2	Vérification expérimentale . . . . .	10

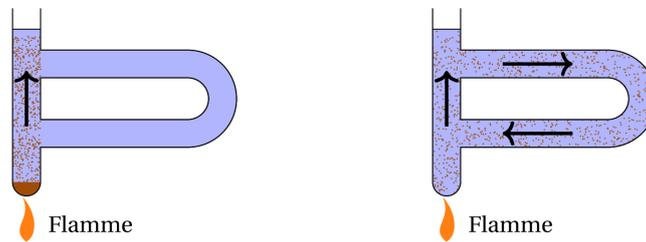
## Introduction

Les phénomènes de transport concernent les situations où on a un déplacement d'une grandeur, scalaire ou vectorielle, sans qu'il n'y ait disparition ou création de celle-ci. Ils naissent dans les systèmes hors équilibre. Ils sont généralement classés en quatre catégories : la convection lorsqu'il y a déplacement macroscopique de matière, la diffusion due à l'inhomogénéité d'un paramètre intensif, la dérive sous l'action d'un champ de force et le rayonnement lorsque le transport ne nécessite pas de milieu matériel.

Les phénomènes de transport mettent en jeu une grande diversité de grandeurs comme la quantité de matière, l'énergie thermique ou la quantité de mouvement. Dans ce montage, nous ne nous intéresserons pas à la dérive, nous allons décrire principalement les phénomènes de diffusion pour en faire ressortir les différentes propriétés et la variété des situations qui les caractérisent.

## 1 Transport par convection

La convection thermique naturelle correspond à une mise en mouvement d'un fluide sous l'action d'un gradient de température. On met en évidence le phénomène en chauffant de l'eau dans un tube coudé spécifique représenté ci-dessous, avec de la sciure de bois, qui a une densité proche de celle de l'eau, pour visualiser le mouvement du fluide :



### Convection thermique



⊖ 2mn

Déposer un peu de sciure de bois dans le fond du tube coudé, puis le remplir d'eau. Fixer le tube à un statif à l'aide d'une pince, puis chauffer son extrémité basse avec un chalumeau. Après quelques secondes, la sciure se met en mouvement : elle monte verticalement le long du tube, puis redescend en passant par le coude.

Le fluide chauffé en bas du tube est moins dense que le fluide au-dessus, il s'élève donc verticalement et entraîne la sciure avec lui. Le fluide plus froid est alors poussé dans la conduite supérieure du coude, puis il retourne en bas du tube en passant par le coude.

**Un gradient de température a ainsi entraîné un transport de matière et d'énergie thermique.**

**temps caractéristique** : 5s pour 10cm, c'est plutôt rapide.

**Quantité transportée** :  $Q = c_p \Delta T \rho V$ , la surface c'est  $S = \pi R^2$ , donc la puissance vaut  $P = c_p \Delta T \rho V \Delta t / S \simeq 4 \times 10^5 \text{ W m}^{-2}$ .

↓ *Ce phénomène de transport est macroscopique, nous allons maintenant changer d'échelle et étudier des transports de proche en proche.*

## 2 Transport par diffusion

### 2.1 Diffusion de particules

➤ BUP 819, Quanta tome 2 p466

Le moteur de la diffusion est l'inhomogénéité d'une grandeur. On tend alors soit vers un état stationnaire (particules homogènes), soit vers un état de diffusion permanente (cas d'un gradient de température). On va s'intéresser dans cette sous-partie au cas où le paramètre inhomogène à considérer est la densité des particules. Le moteur microscopique de la diffusion est alors l'agitation thermique (désordonnée), ce qui est bien pris en compte dans la loi phénoménologique de Fick :

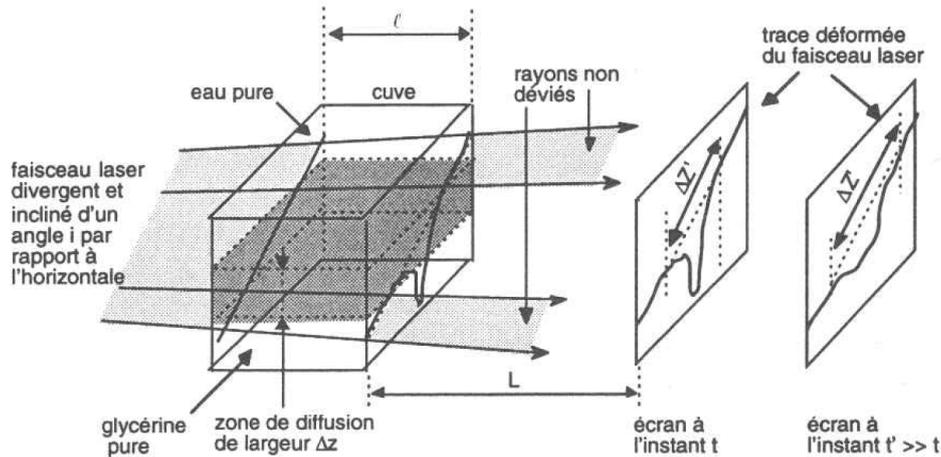
$$\vec{j} = -D\vec{\nabla}c. \quad (1)$$

La conservation du nombre de particules en l'absence de sources donne :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\Delta c. \quad (2)$$

On va illustrer la diffusion de particules avec la diffusion du glycérol dans l'eau. Pour étudier ce phénomène, on va utiliser une méthode optique puisque l'indice optique d'une solution eau-glycérol dépend de la concentration en glycérol : pour une solution eau-glycérol de fraction molaire en glycérol  $x_g$ , on a

$$n_{eg} = x_g n_g + (1 - x_g) n_e$$



L'idée est la suivante : on utilise une solution eau-glycérol à 50% en masse (c'est du 16% en molaire). Ainsi, son indice optique vaut

$$n_{eg} = \frac{1}{1 + \frac{M_g}{M_e}} (n_g - n_e) + n_e$$

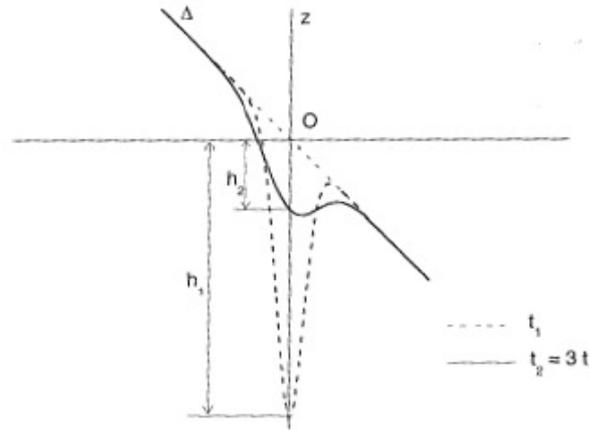
Pour éviter de créer de la convection, on le fait avec une burette et doucement (il faudra donc laisser la burette dans la cuve pour éviter de faire des remous).

#### Remarque

Avec une solution de glycérol pure, l'expérience serait bien trop longue.

On élargit un faisceau laser avec une lentille cylindrique. Les rayons incidents sont alors contenus dans un plan incliné à 45degree par rapport à l'horizontale mais normal à la surface de la cuve. Les rayons transmis sont alors projetés sur un écran.

Une partie de ces faisceaux traverseront donc soit l'eau pure, soit la solution eau-glycérol et donc une zone sans gradient d'indice optique : on voit alors une droite sur l'écran car les rayons ne sont pas déviés (incidence normale). Cependant, entre ces deux zones, les rayons vont traverser la zone de diffusion où il y a un gradient d'indice dû au gradient de concentration en glycérol. Les rayons seront donc déviés dans cette zone qui prend alors une forme de pic sur l'écran.



Plus le temps passe, et plus la concentration en glycérol s'homogénéise et donc plus le pic sera petit. On peut montrer que l'angle de déviation  $\theta$  dans le plan vertical des rayons a pour expression :

$$\theta(z, t) = e \frac{\partial n}{\partial z} = -\frac{e(n_{eg} - n_e)}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{z^2}{4Dt}\right)$$

on a bien une déviation proportionnelle au gradient d'indice, et on peut en déduire la hauteur du pic (qui est une gaussienne) au cours du temps :

$$h(t) = \frac{eL(n_{eg} - n_e)}{\sqrt{4\pi Dt}}$$

avec  $e$  l'épaisseur de liquide traversée et  $L$  la distance entre la cuve et l'écran.

Les hypothèses réalisées pour ce montage sont donc :

- L'épaisseur du milieu traversant est suffisamment faible pour avoir un gradient de concentration constant sur toute l'épaisseur
- Temps assez long pour pouvoir confondre  $\theta$  et  $\tan \theta$  en  $z=0$
- Milieux semi-infinis
- On néglige l'influence de la pesanteur



## Diffusion du glycérol dans l'eau

☞ Quaranta tome 2, BUP 819



### Expérience à démarrer assez tôt lors des 4h de préparation.

On introduit de l'eau dans une cuve (par exemple une cuve avec des joints en caoutchouc) puis on injecte **avec précaution** une solution eau-glycérol à 50% en masse avec une burette. **Cette étape doit être réalisée au moins 2h avant la mesure.**

Éclairer la cuve avec d'une nappe laser (réalisée grâce à une lentille cylindrique, *i.e.* un bout de cylindre en verre, en sortie d'un laser).

À  $t = 0$ , tracer un trait vertical passant par le sommet du pic. On mesure ensuite toutes les dix minutes la hauteur  $h$  en repérant l'intersection entre la nappe laser et le trait vertical. (Il faut bien faire attention à repérer toujours la hauteur  $h$  sur la même ligne verticale).

Tracer  $\left(\frac{eL(n_{eg}-n_e)}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{h}\right)^2 = f(t)$  pour obtenir une droite de pente  $D$ .

On peut comparer  $D$  à la littérature :  $D_{\text{litt}} = 3.95 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  pour un mélange eau-glycérol à 16% molaire en glycérol.

Valeur tabulée trouvée dans **Diffusion Coefficients for the Binary System Glycerol Water at 25°C. A Velocity Correlation Study**, *J. Chem. Eng. Data*, **2004**, 49 (6), pp 1665–1670.

L'article est également disponible au lien [https://www.academia.edu/13578602/Diffusion\\_Coefficients\\_for\\_the\\_Binary\\_System\\_Glycerol\\_Water\\_at\\_25\\_C.\\_A\\_Velocity\\_Correlation\\_Study](https://www.academia.edu/13578602/Diffusion_Coefficients_for_the_Binary_System_Glycerol_Water_at_25_C._A_Velocity_Correlation_Study).

**Remarque :** Bien savoir expliquer le principe de la mesure optique, qu'est-ce qu'on observe sur l'écran et pourquoi ?

**Précautions :** Eviter d'introduire un mouvement de convection (ne pas enlever la burette après avoir introduit le glycérol).

Il faut avoir un indice optique relativement proche de l'eau, d'où un mélange eau-glycérol 50-50.

A l'instant  $t=0$ , les deux liquides ne sont pas mélangés, l'interface est donc horizontale. Puis ils diffusent l'un dans l'autre suivant la direction verticale : la concentration en glycérol et donc l'indice optique dépend alors du temps et de l'altitude.

**Temps caractéristique :** Pour 10cm, le temps de diffusion est de l'ordre de 30 millions de secondes, soit plus d'un an (après 24h, on voyait encore l'interface).

**Quantité transportée :** concentration, quantité de matière. On voit que c'est un transport particulièrement inefficace pour les grandes distances.

## 2.2 Diffusion de quantité de mouvement (tiré par les cheveux)

⚡ FLTCLD

Quand on écrit Navier-Stokes, on peut être amené à écrire

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nu \Delta \vec{v}$$

On retrouve une équation de diffusion dont le coefficient est la viscosité cinématique  $\nu$  et il se trouve que cette viscosité est responsable des forces de frottement qui s'exerce sur un objet dans l'écoulement d'un fluide visqueux. Le but est ici de déterminer ce coefficient de diffusion (la viscosité cinématique), cette fois en régime permanent.

Pour cela on fait tomber des billes de rayon  $r$  et masse volumique  $\rho_b$  dans une éprouvette cylindrique remplie d'un fluide de masse volumique  $\rho_f$ , ici de l'huile Rotitherm. On fait les hypothèses suivantes :

- Régime stationnaire atteint
- Ecoulement rampant ( $Re \ll 1$ )
- Le fond de l'éprouvette n'a pas d'influence sur l'écoulement

La force de frottement fluide est donnée par la formule de Stokes pour les écoulements à bas nombre de Reynolds :

$$\vec{F} = -6\pi\eta \frac{r}{1 - 2.1 \frac{r}{R}} \vec{v}$$

, le terme  $2.1 \frac{r}{R}$  permettant de prendre en compte les effets de bords, avec  $R$  le rayon de l'éprouvette et  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide.

Quand le régime permanent est atteint, la vitesse de la bille est constante et vaut :

$$v = \frac{2}{9} \frac{\rho_b - \rho_f}{\eta} r^2 g \left(1 - 2.1 \frac{r}{R}\right)$$

### Viscosimètre à bille

⚡ FLTCLD

⊖ 2 min

**Matériel :** Éprouvette remplie d'huile Rotitherm M220, billes en acier de différents rayons, chronomètre, règle

Mesurer le temps de chute d'une bille entre deux graduations, plusieurs fois (8 fois) pour plusieurs rayons, et remonter à la vitesse. On réalise un ajustement de la forme  $v = f(r) = ar^2 - br^3$  au vu de l'équation précédente. Le coefficient  $a$  permet de remonter à la viscosité dynamique de l'huile  $\eta_{exp}$ .

**Incertitudes :**

- Longueur : mesure à la règle,  $\Delta L = \frac{0.001}{2\sqrt{3}}$
- Diamètre des billes : mesure au pied à coulisse et données constructeur.
- Masse des billes : dernier digit de la balance et données constructeur.
- Temps de mesure : écart-type sur la série de  $N(=8)$  mesures et erreur systématique due au temps de réaction de l'expérimentateur de 0,1s;  $\Delta(\Delta t) = \sqrt{\left(\frac{\text{écart-type}}{\sqrt{N}}\right)^2 + \sigma_{syst}^2}$

**Temps caractéristique :** Pour parcourir 10 cm, le temps de diffusion est de l'ordre de 10 s.

**Remarque :** Bien défendre sa place dans le montage puisqu'on ne montre pas explicitement la diffusion de quantité de mouvement.

## 3 Transport par conduction

### 3.1 Conduction électrique

↗ FLTCLD p399

La conductivité  $\sigma$  d'un matériau, *i.e.* l'inverse de sa résistivité  $\rho_{\text{elec}}$ , est une donnée importante si on veut l'utiliser comme composant électrique. Cependant, elle n'est pas constante et dépend notamment de la température. On se propose d'étudier la dépendance en température de  $\sigma$ .

Pour cela, on va mesurer la résistance  $R$  d'un fil de cuivre en fonction de la température  $T$ . En supposant que le fil est un fil cylindrique de longueur  $L$  et de section  $S$ , on peut relier la résistance  $R$  à la conductivité par la relation :

$$R = \frac{\rho_{\text{elec}} L}{S} = \frac{L}{\sigma S}$$

Dans la gamme de température ambiante,  $\rho_{\text{elec}}$  est une fonction affine de  $T$  et donc  $R$  l'est également :

$$R(T) = \frac{L}{S}(\alpha T + \rho_{\text{elec},0}) \quad \text{avec la température en } ^\circ\text{C} \quad (3)$$

On va chercher à vérifier cette loi. Cependant, les résistances en jeu sont faibles, si bien qu'on ne peut pas juste brancher un ohmmètre et mesurer  $R$  directement. À la place, on va utiliser un **montage à quatre fils**.

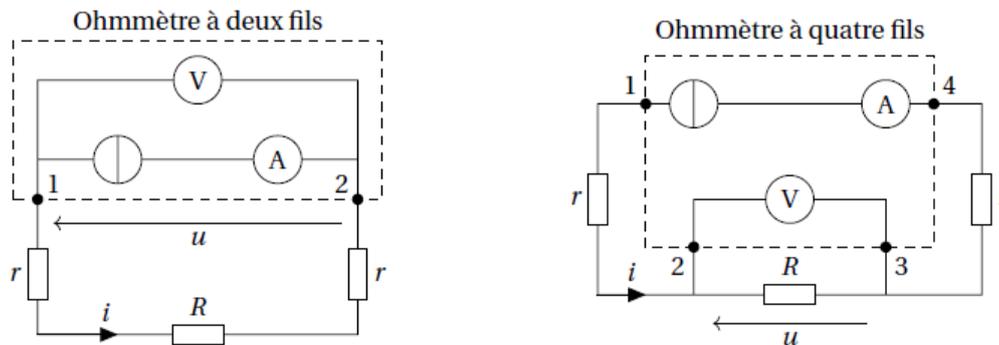


FIGURE 1 – Montages de mesure de résistance à deux fils et à quatre fils

#### Intérêt du montage quatre fils

Dans ce montage, nous utilisons un montage dit "à quatre fils" pour mesurer la résistance de notre fil de cuivre. Voyons les caractéristiques d'un tel montage qui expliquent son utilisation ici.

Le principe d'un ohmmètre commercial est d'imposer un courant  $i$  dans le circuit d'une résistance  $R$  et de mesurer la tension  $u$  à ses bornes. On revient à la valeur de la résistance directement avec la loi d'Ohm. Le problème de cette méthode dite "à deux fils" est que l'on mesure la résistance de toute la branche du circuit contenant le dipôle à étudier, la valeur de résistance retournée prend en compte la résistance des fils et des soudures modélisée par une résistance  $r$  parasite. On peut estimer la valeur de  $r$  à moins de  $0.5 \text{ m}\Omega$  donc négligeable lors de mesure de grandes résistances mais **dont il faut tenir compte pour la mesure de petites valeurs de  $R$** .

Le montage quatre fils fonctionne sur le même principe d'une mesure de  $u$  et  $i$  mais l'apport de ce montage est de séparer ces deux mesures. Sous la forme d'un quadripôle, l'ohmmètre impose toujours un courant  $i$  dans le circuit mais la mesure de la tension  $u$  se fait dans une maille différente. On suppose que le voltmètre ne modifie pas la valeur du courant grâce à sa résistance interne très élevée (environ  $1 \text{ M}\Omega$ ) et ceci est d'autant plus vrai que l'on s'intéresse à des faibles résistances  $R$ ... La mesure du courant qui traverse  $R$  et de la tension **directement** à ses bornes permet d'avoir directement la valeur de  $R$  sans les résistances parasites.

## Conductivité électrique du cuivre en fonction de $T$

⚡ FLTCLD

⊖ 5 min

### Matériel :

- bobine P56.27 (fil de cuivre de longueur  $L = 1710 \pm 5$  cm et de diamètre  $d = 0.80 \pm 0.01$  mm)
- multimètre quatre fils de précision P69.35
- béccher assez grand pour qu'on puisse immerger la bobine
- agitateur magnétique
- bouilloire
- thermocouple P102.16 branché sur l'appareil P102.27

Brancher le multimètre quatre fils sur la bobine (une extrémité reliée aux deux sorties LOW et l'autre extrémité reliée aux deux sorties HIGH). Immerger la bobine dans un béccher d'eau chaude (garder les jonctions électriques sèches). Lancer l'agitation.

Mesurer la température  $T$  du béccher avec le thermocouple et la résistance  $R$  du fil avec le multimètre quatre fils. relever  $T$  régulièrement (par exemple tous les  $0.2^\circ\text{C}$ ).

Tracer  $R = f(T)$  et faire la régression affine  $\rho_{\text{elec}} = \alpha T + \rho_{\text{elec},0}$  avec  $T$  en  $^\circ\text{C}$ . On peut alors en déduire  $\sigma = \frac{1}{\rho_{\text{elec}}}$ .  
 Pour le cuivre, les valeurs tabulées sont  $\alpha_{\text{tab}} = 6.76 \times 10^{-11} \Omega \text{ m K}^{-1}$  et  $\rho_{\text{elec},0,\text{tab}} = 1.543 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ .

### Remarques

- On envoie du courant continu dans la bobine donc on n'a pas d'effets inductifs
- La modélisation affine de  $\rho_{\text{elec}}$  en fonction de  $T$  **n'est valable que pour une gamme de température ambiante**. On le voit ici car d'après la modélisation,  $\rho_{\text{elec}}(0 \text{ K} < 0)$ .

### Incertitudes :

$$u(\rho_{\text{elec}}) = \rho_{\text{elec}} \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2}$$

$$\frac{u(\sigma)}{\sigma} = \frac{u(\rho_{\text{elec}})}{\rho_{\text{elec}}}$$

### Comparaison avec d'autres matériaux non métalliques :

Matériau	$\rho_{\text{elec}} (\Omega \cdot \text{m})$
Métal	$10^{-8} - 10^{-9}$
Eau	$10^5$
Verre	$10^{17}$
Polystyrène	$10^{20}$

## 3.2 Conduction thermique

Dans cette sous-section,  $\rho$  désigne la *masse volumique* et non pas la résistivité électrique.

### 3.2.1 Intro qualitative et théorie

L'équation qui régit le transfert de chaleur dans les matériaux est, dans le cas unidimensionnel (les valeurs données sont pour le cuivre).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \kappa = \frac{\lambda}{\rho c} \quad \text{en } \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}, \text{ la } \underline{\text{diffusivité}} ; \\ \lambda = 401 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad \text{la } \underline{\text{conductivité}} ; \\ \rho = 8.96 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad \text{la } \underline{\text{masse volumique}} ; \\ c = 3.85 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad \text{la } \underline{\text{capacité calorifique massique}}. \end{cases}$$

On voit donc que c'est le facteur de diffusion  $\kappa$  qui détermine la vitesse de transfert de la chaleur. On voit bien qu'il y a une différence de  $\kappa$  entre ces matériaux. Nous allons donc déterminer précisément  $\kappa$  pour le cuivre, et remonter à  $\lambda$ . La méthode donnée serait tout à fait utilisable pour les autres matériaux, et permettrait de remonter à toutes leurs conductivités respectives.

**Validité :** Faibles écarts de température, et  $\delta \ll l$ .

### 3.2.2 Détermination de la conductivité thermique du cuivre

On utilise l'appareil LM35DZ. Il s'agit d'une barre de cuivre calorifugée de longueur  $L = 25$  cm, dans laquelle sont placés 6 capteurs que l'on espère non intrusifs de température. Ces capteurs ont une réponse linéaire en température et sont espacés de 5cm les uns des autres.

On impose un flux thermique en entrée à l'aide d'un module Peltier (☞ Quaranta II, p.180), et on se place en régime sinusoïdal forcé, en considérant la barre semi-infinie.

$$\text{C.L. :} \quad -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}(x=0) = \phi_0 \sin(\omega t)$$

Ainsi la solution est de la forme :

$$T(x, t) = T_0 + T_1 e^{-x/\delta} \sin(\omega t - x/\delta) \quad \text{avec } \delta = \sqrt{2\kappa/\omega} \quad (4)$$

On veut que l'onde thermique parcoure toute la barre, par conséquent on choisit  $\omega$  pour avoir  $5\delta \simeq L$ . Du coup on est pas vraiment infini, mais ça fera l'affaire.

#### Mesure de la conductivité du cuivre



Mettre en place le dispositif (barre de cuivre P0.73) : brancher les six capteurs sur une carte d'acquisition SYSAM, alimenter les ventilateurs (12 V continu) et les capteurs (15 V continu). Le potentiel de référence pour les signaux issus des capteurs est la masse de l'alimentation de ceux-ci.

**ATTENTION :** Bien alimenter les ventilateurs avant toute manipulation, pour ne pas griller le module Peltier !

Alimenter le module Peltier par un amplificateur de puissance Kepco P53.9 piloté par un GBF (entrée sur Input, sortie entre Common et Output). Régler le GBF sur  $V_{pp} = 3V$ , sans offset, à une fréquence de 10 mHz.

Vérifier à l'ampèremètre en mode continu (car la période est grande) que le courant ne dépasse jamais 4 A sur une période.

Suivre en temps réel l'évolution de la température sur le dernier capteur à l'oscilloscope. Attendre que le signal se stabilise (environ 30 minutes). Faire l'acquisition des signaux des différents capteurs sur Latis-Pro pendant quelques périodes (typiquement 20 minutes).

Grâce à l'outil informatique, nous avons la possibilité d'évaluer  $\delta$  de deux manières : par la décroissance de l'exponentielle et par la phase prise par le signal.

Tu ajustes chaque signal par un sinus, tu obtiens son amplitude et sa phase, et gogo-gadgeto tableur !

On obtient des valeurs de  $\delta$  et donc de  $\kappa$ . Il est alors possible de remonter à  $\lambda = \kappa \rho c$  en mesurant  $\rho$  (facile) et  $c$  par calorimétrie. On va ici utiliser des valeurs tabulées à la place, parce que c'est plus rapide.

On s'attend à  $\kappa = 1.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ , et  $\lambda_{\text{tab}} = 390 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

**Astuce :** sur l'amplitude on a les pertes thermiques qui font que  $\lambda$  semble plus faible, sur la phase par contre, on a la bonne valeur normalement. On a une erreur systématique sur le décrément logarithmique et donc sur l'évaluation de la moyenne de  $\delta$ .

Quelques conductivités thermiques de quelques matériaux classiques :

Matériau	$\lambda$ (W/(m.K)), @300K
Cuivre	390
Acier	20-50
Pierre	1-3
Bois	0.15
Liège	0.04
Laine de verre	0.03

### 3.3 Loi de Wiedemann-Franz

On a pris l'exemple du cuivre pour mesurer une conductivité électrique et thermique pour une bonne raison : en tant que métal, ces deux quantités sont reliées par la loi de Wiedemann-Franz :

$$\frac{\lambda \rho_{\text{elec}}}{T} = \text{constante} = \mathcal{L} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \simeq 2.44 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega \text{ K}^{-2} \quad (5)$$

avec  $\lambda$  la conductivité thermique,  $\rho_{\text{elec}}$  la résistivité électrique,  $k_B$  la constante de Boltzmann et  $e$  la charge élémentaire.

#### Vérification de la loi



⊖ 10 sec

On a mesuré  $\rho_{\text{elec}}$ , on vient de mesurer  $\lambda$ , on calcule donc  $\frac{\lambda \rho}{T}$  et on compare à  $\mathcal{L}$ .

## 4 Transport d'énergie par rayonnement

➤ BUP 827 p1595

### 4.1 Loi de Stefan

Cette loi relie le flux de lumière, et donc l'énergie rayonnée, à la température. On se dit intuitivement que plus c'est chaud plus ça brille, c'est ce que l'on va montrer.

**Hypothèses :**

- Régime permanent
- Le tungstène est un corps noir.
- Les pertes se font uniquement par rayonnement.

Le flux d'énergie rayonnée s'écrit

$$\Phi = \int_0^{+\infty} \frac{c}{4} u_\nu d\nu$$

En combinant cette expression avec la loi de Planck, on obtient alors

$$\Phi = \frac{2\pi h}{c^2} \left( \frac{k_B T_0}{h} \right)^4 \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx}_{= \frac{\pi^4}{15}} \quad (6)$$

On obtient ainsi la loi de Stefan :

$$\Phi = \sigma T^4 \quad (7)$$

où  $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  est la constante de Stefan.

## 4.2 Vérification expérimentale



### Vérification de la loi de Stefan sur une petite ampoule

⚡ LP17

⌚ 5 minutes

**matériel :** Une petite ampoule, deux multimètres, une alim, un ordinateur.

L'ampoule de petite taille est un bon corps noir parce que le vide est quasiment total dans le bulbe. On peut d'ailleurs toucher ce dernier, il n'est pas chaud. On se place aux valeurs nominales de l'ampoule (6V, 0.1A).

Le filament à l'intérieur est en Tungstène, on connaît donc sa courbe résistivité-température, notée  $\rho(T)$ . Dans cette expérience celle-ci nous vient tout droit d'internet <sup>a b</sup>. On fait une regression quadratique sur les données de la table obtenue.

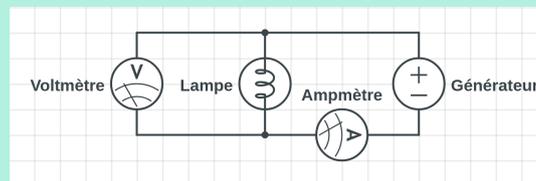
$$T = a + br + cr^2$$

$$a = 128,0 \pm 9,0, b = 203,0 \pm 2,1, c = -1,62 \pm 0,1.$$

Où on a posé

$$r = \frac{R(T)}{R(T_{amb})} = \frac{\rho(T)}{\rho(T_{amb})}$$

Pour remonter à R on utilise la relation  $U = R \times I$ , et le montage suivant :



Ainsi on remonte à  $T$  via la relation  $r(T)$ , puis on trace  $\ln(P = U \times I)$  en fonction de  $\ln(T)$  et Bam !!

a. The University of the State of New York Reference Tables for Physical Setting/Physics. New York : The State Education Department, 2002.

b. <https://hypertextbook.com/facts/2004/DeannaStewart.shtml>

**Incertitudes :** Courant et Tension : dernier digit de l'ampèremètre et du voltmètre

**Vérification des hypothèses et discussion du modèle**

- En réalité, le tungstène n'est pas vraiment un corps noir, il faut donc prendre en compte son émissivité :

$$P = \epsilon \sigma T^4 \quad (8)$$

qui vaut  $\epsilon = 0,115$  à 1000K et  $\epsilon = 0,28$  à 2000K.

- Échanges d'énergie par convection avec le support métallique et convection avec le gaz qui l'entoure, donc il a des termes supplémentaires (notamment convecto-diffusif avec le coefficient de Newton). Cependant, les ampoules faible puissance contiennent peu de gaz.
- La loi de Stefan s'applique sur un corps convexe, or le filament à une structure spiralée, certains tronçons absorbent l'énergie émise par d'autres parties.

**Temps caractéristique :** Propagation à la vitesse de la lumière, donc pour parcourir 10cm :  $\Delta t = 0,3 \text{ ns}$ , il faut aussi le temps que la chaleur diffuse dans la peau de la main par exemple.

**Quantité transportée** Puissance rayonnée par le fluide :  $P = \sigma T^4$ , soit en faisant un bilan sur les deux couches de fluides :  $P = \sigma((T + \Delta T)^4 - T^4) \simeq 4\sigma T^3 \Delta T \simeq 60 \text{ W m}^{-2}$ .

**Question :** J'ai deux minutes pour boire un thé brûlant, et je veux y mettre de l'eau froide. Quand dois-je mettre cette eau froide pour avoir le meilleur refroidissement ?

*Il me suffit d'attendre le dernier moment, j'aurais ainsi transféré autant d'énergie que possible à l'air ambient avant de mélanger et de boire mon thé.*



Boire le thé posé au bord de la paillasse.

## Conclusion

Convection particulièrement efficace pour transporter de la matière et de l'énergie thermique.

Type de transport	Moteur	Déplacement de matière	Milieu matériel nécessaire
Convection	Poussée d'Archimède	Oui	Oui
Diffusion de particules	Inhomogénéité de concentration	Oui	Oui
Diffusion de $\vec{p}$	Inhomogénéité de vitesse	Oui	Oui
Conduction électrique	Inhomogénéité de potentiel	Oui	Oui
Conduction thermique	Inhomogénéité de température	Non	Oui
Rayonnement	Propagation de photons	Non	Non

## Commentaires

But : illustrer la variété des quantités (molécules, électrons, quantité de mouvement, chaleur... scalaire ou vecteur) transportés et des types de transport (diffusion, convection, rayonnement)

Il existe un Techniques de l'ingénieur sur les phénomènes de transport par DIFFUSION (<https://www.techniques-ingenieur.fr/res/pdf/encyclopedia/tiafp-a247-version1.pdf>).

Il faut faire ressortir nettement les caractéristiques des différents types de transport et éventuellement comparer leur efficacité.

## Questions

**Viscosimètre : quel est le rapport avec les phénomènes de transport ? Pouvez-vous expliciter en quoi c'est un phénomène de diffusion ? Quel est le coefficient de diffusion caractéristique du phénomène ?**

Diffusion de quantité de mouvement (Navier-Stokes sans gravité ni advection)

Coefficient de diffusion = Viscosité cinématique

**De quoi dépend la viscosité d'un fluide ?** De la température (exp décroissante)

**Viscosimètre : ODG de la taille de la couche limite sur la bille ?**

**Connaissez des exemples de couplage entre deux phénomènes de transport ?** Effet Peltier et Effet Seebeck : couplage de conduction thermique et électrique.

**Hypothèse pour la loi de Fourier ? Domaine d'application ? Pour la loi de Fick ?** Gradient de température pas trop important et variations temporelles pas trop importantes.

**Convection : on parle différents types de convection, est-ce que tu peux en parler ?** Convection naturelle (gradient de température) et convection forcée (advection, ventilateur, pompe)

**Quelle relation utilise-t-on pour décrire la convection ?** Transfert conducto-convectif, formule de Newton ( $h$  en  $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ) :  $\phi = hS(T - T_{fluide})$

**Pourquoi l'eau monte quand on chauffe ? Toujours vrai ?** Densité de l'eau chaude plus faible que celle de l'eau froide. Non, pas entre 0 et 4 degré, c'est l'inverse (maximum en  $\simeq 4^\circ C$  qui est la définition de la densité 1).

**Nombre sans dimension pour comparer la convection et la conduction thermique ?** Nombre de Rayleigh

**Tous les bons conducteurs électriques sont de bons conducteurs thermiques ? Toujours vrai ?** Loi de Wiedmann-Franz :  $\frac{\kappa}{\sigma} = LT$

**Autre grandeur que conductivité thermique pour comparer la sensation de froid/chaud pour deux matériaux différents à la même température ?** Effusivité  $E = \sqrt{\kappa\rho c} = \sqrt{D_{th}\rho c}$ , théorème du "Contact thermique" :  $T = \frac{E_1 T_1 + E_2 T_2}{E_1 + E_2}$

**Est-ce que c'est de la diffusion qui régit le mouvement des charges ?** Existence de la migration (présence d'un champ de force) en plus de la diffusion

**Que se passe-t-il dans la couche limite et en-dehors ?** Couche limite : zone de raccordement entre la condition aux bords et l'écoulement à l'infini : dans la couche limite = diffusion, en dehors = convection (pour écoulements à haut Reynolds). Plus la vitesse est grande, plus la couche limite est petite, et il existe des phénomènes de décollement. Couche limite à la base du Cx donc des frottements et donc des phénomènes de diffusion irréversibles

Taille de la couche limite  $\delta \simeq \frac{L}{\sqrt{Re_L}}$

**Qui est Stefan ?** Physicien, mathématicien austro-hongrois du 19e siècle.

Il a notamment travaillé sur la biréfringence du quartz, puis a établi la loi de Stefan Boltzmann en 1879 (Boltzmann a été son élève et en a donné une justification théorique) ce qui lui a permis de donner une bonne approximation de la température de surface du Soleil.

**Domaine de validité et hypothèses de la formule de Stokes ? Comment on la démontre ?** Nombre de Reynolds inférieur à 0,1 et objet sphérique. Sphère suffisamment loin de tout obstacle (au moins 10 le rayon de la sphère).

**Pouvez vous préciser les conditions aux bords et le fonctionnement du module Peltier ?**

**Comment avez-vous choisi la fréquence de forçage ?**

**Comment tester la présence de pertes latérales ? Comment les prendre éventuellement en compte ?**

**Pouvez-vous expliquer le principe du montage 4 fils pour mesurer la résistance ?**

**Comment fonctionne un thermocouple ?**